

Список литературы: 1. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации / С. Осовский. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 344 с. 2. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – М. : Вильямс, 2006. – 1104 с. 3. Комарцова Л. Г. Нейрокомпьютеры / Л. Г. Комарцова, А. В. Максимов. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 320 с. 4. Каллан Р. Основные концепции нейронных сетей / Р. Каллан. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2001. – 288 с. 5. Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов / С. Малла. – М. : Мир, 2005. – 671 с. 6. Федоров Е. Е. Методология создания мультиагентной системы речевого управления: монография / Е. Е. Федоров. – Донецк : Ноулидж, 2011. – 356 с. 7. Федоров Е. Е. Метод обработки сигнала на основе нерасширяющих равномерно непрерывных отображений // Труды междунар. науч.-техн. конф. «Радиотехнические поля, сигналы, аппараты та системи (теорія, практика, історія, освіта)». – К. : НТУ «КПІ», 2012. – С. 343–346.

Надійшла до редколегії 12.12.2012

УДК 519.6

О. С. КУЦЕНКО, д-р техн. наук, проф. НТУ «ХП»;
Г. А. ЗАЦЕРКЛЯНИЙ, студент НТУ «ХП»

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛООБМІНУ ЧЕРЕЗ ОГОРОДЖУВАЛЬНІ ПОВЕРХНІ БУДІВЛІ

В данной работе рассматривается метод математического моделирования теплового процесса в ограждающих многослойных поверхностях здания при наличии внутренних источников и стоков тепла. В его основе находится численный метод конечных элементов. Каждый слой ограждающей поверхности имеет различные толщины и различные теплофизические характеристики.

Ключевые слова: многослойные ограждающие поверхности здания, метод конечных элементов.

У цій роботі розглядається метод математичного моделювання тривимірного теплового процесу в огорожувальних багатошарових поверхнях будівлі при наявності внутрішніх джерел і стоків тепла. Кожний шар огорожувальної поверхні має різні товщини і різні теплофізичні характеристики. В його основі знаходиться числовий метод скінчених елементів.

Ключові слова: багатошарові огорожувальні поверхні будівлі, метод скінчених елементів.

This paper deals with the method of mathematical modeling of three-dimensional thermal process in enclosing multilayer building surfaces with the presence of internal heat sources and flows. There is a numerical method of finite elements in its base. It is believed that each layer of enclosing surface has different thickness and different thermalphysic characteristics.

Keywords: enclosing multilayer building surfaces, method of finite elements.

Вступ. Значна частина енергоресурсів витрачається на обігрів житлових і промислових приміщень. При цьому сумарні тепловтрати в ЖКГ досягають 75%. Аналогічна ситуація спостерігається і в промислових будівлях. Тому на

сьогодні досить злободенною в усьому світі і зокрема в Україні є проблема збереження енергоресурсів.

Аналіз досліджень і публікацій. Застосуванню математичних методів системного аналізу для вивчення теплової ефективності будівель присвячена робота [1]. В ній приведені наукові основи і методологічні принципи проектування енергоефективних будівель, розглянуті особливості розробки математичних моделей для систем управління тепловим режимом інтелектуальних будівель. Ця робота є методологічним підґрунтям даних досліджень.

Цілі дослідження, постановка задачі. Розробити ефективний метод розрахунку тривимірного нестационарного теплового процесу багатошарових огорожувальних поверхонь будівель з урахуванням наявності внутрішніх джерел і стоків тепла.

Матеріали досліджень. У загальному випадку огорожувальні конструкції будівлі є багатошаровими (прошарки таких конструкцій мають різні товщини і різні теплофізичні властивості) і можуть містити вентильовані або замкнуті повітряні прошарки, а також джерела тепла.

Розглянемо n -шарову поверхню огороження (рис. 1). Шари пластини однорідні та ізотропні.

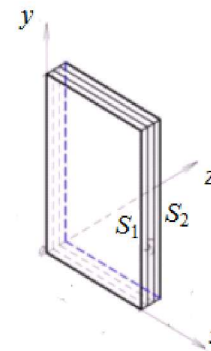


Рис. 1 – Багатошарова поверхня огороження

Прийmemo такі початкові і граничні умови (рис. 2):

1) Задано розподіл температури на всій пластині в початковий момент часу t_0 :

$$T(x, y, z, t_0) = T_0 = \text{const}.$$

2) На зовнішній граничній поверхні S_1 задана гранична умова 1-го роду, тобто задано розподіл температури на поверхні S_1 як функція координат і часу:

$$T_{S_1} = \varphi(x, y, z, t) = \text{const}, \quad x, y, z \in S_1.$$

3) На зовнішній граничній поверхні S_2 задана гранична умова 3-го роду, тобто задана залежність щільності теплового потоку за рахунок теплопровідності з боку тіла від температур поверхні тіла T_{S_2} і навколишнього середовища T_c :

$$q_{S_2} = \alpha(T_{S_2} - T_c),$$

де α – коефіцієнт теплообміну (тепловіддачі), він характеризує інтенсивність теплової взаємодії навколишнього середовища заданої температури T_c з поверхнею тіла. Щільність теплового потоку, що підводиться за рахунок теплопровідності до області S_2 , визначається за законом Фур'є–Кірхгофа:

$$q_{S_2} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{S_2}.$$

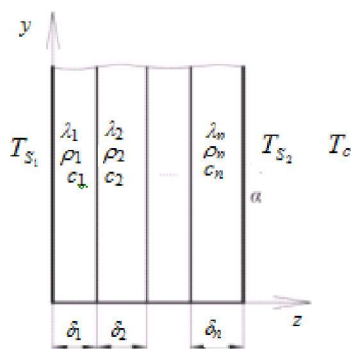


Рис. 2 – Геометричні та фізичні параметри

4) На решті граничної поверхні S_3 задана гранична умова 2-го роду, тобто задано розподіл щільності теплового потоку на поверхні S_3 як функція координат і часу:

$$q_{S_3} = \phi(x, y, z, t) = 0, \quad x, y, z \in S_3.$$

Таким чином, на поверхні S_3 відсутній потік теплоти, що відповідає умові теплової ізоляції.

5) На межах між прошарками здійснюється ідеальний тепловий контакт (граничні умови 4-го роду), тобто умова рівності температури T і густини теплового потоку q на поверхнях дотичних прошарків:

$$T_i = T_i \quad q_i = q_i.$$

Теплопровідність огорожувальної конструкції при нестационарному режимі описується диференціальним рівнянням у частинних похідних:

$$c\rho \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_x \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \lambda_y \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \lambda_z \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right) \quad (1)$$

Граничні умови можна подати у вигляді: температури на поверхні S_1 :

$$T = T(S, t) \quad (2)$$

і конвективного теплообміну на решті поверхні:

$$\lambda_x \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right) l_x + \lambda_y \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right) l_y + \lambda_z \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right) l_z + q + \alpha(T(x, y, z, t) - T_c) = 0 \quad (3)$$

де $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ – коефіцієнти теплопровідності відповідно в напрямку осей координат, Вт/(м·°C);

α – коефіцієнт теплообміну, Вт/(м²·°C);

T_c – температура навколишнього середовища, °C;

$T(x, y, z, t)$ – температура на поверхні (шукана величина), °C;

q – потік тепла, Вт/м²;

c, ρ – відповідно питома теплоємність в Дж/(кг·°C) і щільність матеріалів прошарків огорожі, кг/м³;

l_x, l_y, l_z – направляючі косинуси вектора нормалі до поверхні.

Для розв'язування цієї задачі використовуємо метод скінчених елементів. З цієї метою рівняння (1) за умови стаціонарності

$\left(\frac{\partial T}{\partial t} T(x, y, z, t) = 0 \right)$ з граничними умовами (2) і (3) запишемо у вигляді функціоналу:

$$\Omega = \int_V \frac{1}{2} \left[\lambda_x \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right)^2 + \lambda_y \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right)^2 + \lambda_z \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right)^2 \right] dV + \int_S \left[qT(x, y, z, t) + \frac{1}{2} [\alpha(T(x, y, z, t) - T_c)^2] \right] dS \quad (4)$$

При цьому розв'язування стаціонарного рівняння теплопровідності з граничними умовами (2) і (3) зводиться до мінімізації функціоналу (4).

Мінімізація функціоналу повинна здійснюватися на множині вузлових значень температури $\{T\}$.

Пропонується застосувати таку процедуру перетворення функціоналу (4) для визначення для вузлових величин таких числових значень, при яких співвідношення для елементів точно апроксимує шуканий фізичний параметр – температуру.

Введемо дві матриці:

$$\{g\}_T = \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} & \frac{\partial T}{\partial y} & \frac{\partial T}{\partial z} \end{bmatrix}$$

i

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_y & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z \end{pmatrix} \quad (5)$$

З урахуванням виразів (5) співвідношення (4) можна записати у вигляді:

$$\Omega = \int_V \frac{1}{2} [\{g\}^T [D] \{g\}] dV + \int_{S_1} q T dS + \int_{S_2} \frac{\alpha}{2} [T^2 - 2TT_c + T_c^2] dS. \quad (6)$$

Для розглядуваної задачі замість функції T у всій області будемо розглядати множину функцій $T^{(e)}$, визначених в окремих скінчених елементах. У цьому випадку інтеграли у виразі (6) розбиваються на інтеграли для окремих елементів, що дає таке перетворення:

$$\Omega = \sum_{e=1}^E \left\{ \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} [\{g^{(e)}\}^T [D^{(e)}] \{g^{(e)}\}] dV \right\} + \sum_{e=1}^E \left\{ \int_{S_1^{(e)}} q^{(e)} T^{(e)} dS + \int_{S_2^{(e)}} \frac{\alpha^{(e)}}{2} [T^{(e)} T^{(e)} - 2T^{(e)} T_c + T_c^2] dS \right\}, \quad (7)$$

де E – загальне число скінчених елементів.

Співвідношення (7) символічно можна записати так:

$$\Omega = \sum_{e=1}^E \Omega^{(e)}, \quad (8)$$

де $\Omega^{(e)}$ – внесок окремого елемента в Ω .

Мінімізація Ω вимагає виконання співвідношення:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \{T\}} = \frac{\partial}{\partial \{T\}} \sum_{e=1}^E \Omega^{(e)} = \sum_{e=1}^E \frac{\partial \Omega^{(e)}}{\partial \{T\}} = 0. \quad (9)$$

Частинні похідні не можуть бути визначені, допоки інтеграли в (7) не виражені через вузлові значення $\{T\}$.

Для функції T введемо таку залежність

$$T^{(e)} = [N^{(e)}] - \{T\} = [N_i^{(e)}, N_j^{(e)}, N_k^{(e)}, \dots, N_r^{(e)}] \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ \dots \\ T_r \end{Bmatrix},$$

де r – число вузлів скінченного елемента;

N – функція форми, по одній для кожного вузла.

З урахуванням цієї залежності можна обчислити (5):

$$\{g^{(e)}\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial T^{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial T^{(e)}}{\partial y} \\ \frac{\partial T^{(e)}}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial x} & \frac{\partial N_2^{(e)}}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_r^{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial y} & \frac{\partial N_2^{(e)}}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_r^{(e)}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial z} & \frac{\partial N_2^{(e)}}{\partial z} & \dots & \frac{\partial N_r^{(e)}}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \dots \\ T_r \end{Bmatrix} \quad (10)$$

або

$$\{g^{(e)}\} = [B^{(e)}] \{T\}, \quad (11)$$

де $[B^{(e)}]$ – матриця, яка містить інформацію, пов'язану з частинними похідними функції форми.

З урахуванням вище наведених виразів інтеграли у виразі (7) можуть бути записані для елементів у такому вигляді:

$$\Omega^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} [B^{(e)}]^T \{T\} [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{T\} dV + \int_{S_1^{(e)}} q^{(e)} [N^{(e)}] \{T\} dS + \int_{S_2^{(e)}} \frac{\alpha^{(e)}}{2} [N^{(e)}]^T \{T\} [N^{(e)}] \{T\} dS - \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} T_c [N^{(e)}] \{T\} dS + \int_{S_2^{(e)}} \frac{\alpha^{(e)}}{2} T_c^2 dS \quad (12)$$

Величини q , T_c і α – відомі. Вони внесені під знак інтеграла, оскільки можуть змінюватися всередині елемента з урахуванням особливостей процесу

передачі тепла від одного скінченного елемента до іншого. Диференціюємо вираз (12) по $\{T\}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} [B^{(e)}]^T \{T\}^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{T\} dV &= \int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{T\} dV; \\ \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_{S_1^{(e)}} q^{(e)} [N^{(e)}] \{T\} dS &= \int_{S_1^{(e)}} q^{(e)} [N^{(e)}]^T dS; \\ \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_{S_2^{(e)}} \frac{\alpha^{(e)}}{2} [N^{(e)}]^T \{T\}^T [N^{(e)}] \{T\} dS &= \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] \{T\} dS; \\ \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} T_c [N^{(e)}] \{T\} dS &= \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} T_c [N^{(e)}]^T dS; \\ \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_{S_2^{(e)}} \frac{\alpha^{(e)}}{2} T_c^2 dS &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Внесок окремого елемента $\frac{\partial \Omega^{(e)}}{\partial \{T\}}$ в загальну суму $\frac{\partial \Omega}{\partial \{T\}}$ дорівнює:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega^{(e)}}{\partial \{T\}} &= \left(\int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] dV + \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] dS \right) \{T\} + \\ &+ \int_{S_1^{(e)}} q^{(e)} [N^{(e)}]^T dS - \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} T_c [N^{(e)}]^T dS \end{aligned} \quad (14)$$

Ця сукупність інтегралів, у свою чергу, може бути записаною в компактній формі:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \{T\}} = [K^{(e)}] \{T\} + \{f^{(e)}\}, \quad (15)$$

де

$$[K^{(e)}] = \int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] dV + \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] dS; \quad (16)$$

$$\{f^{(e)}\} = \int_{S_1^{(e)}} q^{(e)} [N^{(e)}]^T dS - \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} T_c [N^{(e)}]^T dS. \quad (17)$$

Остаточно система рівнянь дістається після підстановки виразу (15) в (9):

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \{T\}} = \sum_{e=1}^E ([K^{(e)}] \{T\} + \{f^{(e)}\}) = 0$$

або

$$[K] \{T\} = \{F\}, \quad (18)$$

де

$$[K] = \sum_{e=1}^E [K^{(e)}]; \quad \{F\} = - \sum_{e=1}^E \{f^{(e)}\}. \quad (19)$$

Інтеграли в (16) визначають глобальну матрицю теплопровідності елемента $[K^{(e)}]$, а інтеграл (17) – вектор навантаження елемента $\{f^{(e)}\}$.

Дотримуючись процедури методу скінчених елементів на основі методу Гальоркіна в слабкому формулюванні, одержуємо таке матричне рівняння для нестационарного рівняння теплопровідності:

$$[C] \frac{\partial \{T\}}{\partial t} + [K] \{T\} = \{F\},$$

де $[C]$ – матриця демпфірування, яка враховує зміну температури в часі:

$$[C] = \int_{V^{(e)}} [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] \rho c dV.$$

За скінчений елемент у даній роботі вибирається прямокутний паралелепіпед із вісьмома вузлами, причому нумерація вузлів у кожному елементі проводиться так, як показано на рис. 3.

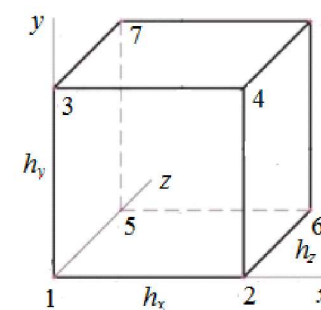


Рис. 3 – Скінчений елемент

При цьому будемо розрізняти два види скінчених елементів: однорідні і неоднорідні. Однорідні елементи мають правильну геометричну форму (прямокутний паралелепіпед) з напрямними, паралельними осям координат, і однорідний склад, що в даному випадку означає постійність коефіцієнта теплопровідності в елементі. Особливий випадок складають неоднорідні осередку. У нашому випадку це елементи, що містять тонкі прошарки, на межах яких

коефіцієнт теплопровідності змінюється у багато разів. Використання стандартного методу скінчених елементів для таких елементів призводить до фізично невірних профілів розв'язку. Звичайно, такі дефекти виправляються введенням докладної сітки, але це може призводити до неприйнятної збільшення розміру сіткової задачі.

Розглянемо спочатку метод скінчених елементів для однорідного внутрішнього елемента. Такий елемент має вісім вузлів, які позначимо через 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. При цьому відстань між вузлами в напрямку осей координат позначимо через h_x ; h_y ; h_z . Ці величини (кроки сітки) не обов'язково сталі.

Функції форми шукаємо у вигляді трилінійних функцій, які подаються так:

$$N = (a_1x + b_1)(a_2y + b_2)(a_3z + b_3).$$

Параметри a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , a_3 , b_3 знаходимо з умови, що в розглядуваному вузлі функція форми дорівнює одиниці, а в інших вузлах дорівнює нулю. При цьому для скінченного елемента, зображеного на рис 3, матимемо:

$$N_1 = \frac{(h_x - x)(h_y - y)(h_z - z)}{h_x h_y h_z}; \quad N_2 = \frac{x(h_y - y)(h_z - z)}{h_x h_y h_z};$$

$$N_3 = \frac{(h_x - x)y(h_z - z)}{h_x h_y h_z}; \quad N_4 = \frac{xy(h_z - z)}{h_x h_y h_z};$$

$$N_5 = \frac{(h_x - x)(h_y - y)z}{h_x h_y h_z}; \quad N_6 = \frac{x(h_y - y)z}{h_x h_y h_z};$$

$$N_7 = \frac{(h_x - x)yz}{h_x h_y h_z}; \quad N_8 = \frac{xyz}{h_x h_y h_z}.$$

Визначимо частинні похідні від функції форми по змінним x , y , z , обчислимо їх у відповідних вузлах і складемо матрицю $[B]$:

$$[B] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{h_x} & \frac{1}{h_x} & -\frac{1}{h_x} & \frac{1}{h_x} & -\frac{1}{h_x} & \frac{1}{h_x} & -\frac{1}{h_x} & \frac{1}{h_x} \\ -\frac{1}{h_y} & -\frac{1}{h_y} & \frac{1}{h_y} & \frac{1}{h_y} & -\frac{1}{h_y} & -\frac{1}{h_y} & \frac{1}{h_y} & \frac{1}{h_y} \\ -\frac{1}{h_z} & -\frac{1}{h_z} & -\frac{1}{h_z} & -\frac{1}{h_z} & \frac{1}{h_z} & \frac{1}{h_z} & \frac{1}{h_z} & \frac{1}{h_z} \end{bmatrix}.$$

Обчислимо тепер вирази для матриці теплопровідності $[K^{(e)}]$ і вектора навантаження $\{f^{(e)}\}$ для розглядуваного скінченного елемента, тим самим визначимо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для обчислення температури у вузлах цього елемента.

Розглянемо тепер неоднорідні елементи. Вони містять тонкі прошарки, на межах яких коефіцієнт теплопровідності істотно змінюється. Для простоти розглянемо випадок, коли скінчений елемент ділиться одним тонким прошарком на дві частини. Нехай цей прошарок паралельний одній із бічних граней розглядуваного елемента, наприклад паралельній координатній площині xOz , і його товщина набагато менша розміру елемента h_z . Перетин цього прошарку із гранню елемента, паралельною координатній площині xOz , і вид функції форми, яка є кусково-лінійною і знаходиться з умови відтворення точного розв'язку одновимірної рівняння теплопровідності в скінченному елементі, показані на рис. 4.

При цьому передбачається, що коефіцієнт теплопровідності є кусково-сталим і шукана функція форми змінюється тільки в напрямку, перпендикулярному тонкому прошарку. Розташування прошарку в елементі може бути довільним.

Вибраний вид функції форми в неоднорідному елементі забезпечує правильний опис поля температур при наявності вузького прошарку без використання докладної сітки.

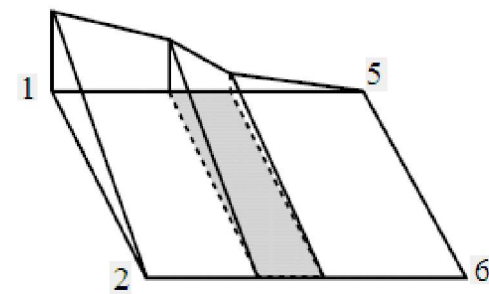


Рис. 4 – Вид функції форми на межі неоднорідного елемента

Після побудови функцій форми для однорідних і неоднорідних елементів проводиться асемблювання матриці теплопровідності, тобто побудова глобальної матриці теплопровідності для всієї розрахункової області. При цьому накладаються початкові і граничні умови.

На поверхні S_1 заданий розподіл температури як функція координат і часу:

$$T_{S_1} = \varphi(x, y, z, t) = \text{const}, \quad x, y, z \in S_1.$$

Таким чином, у вузлових точках граничних елементів, розташованих на поверхні S_1 , розподіл температури відомий. Ця обставина враховується при побудові глобальної матриці теплопровідності. Елементи матриці $[K]\{T\}$, відповідні граничним вузловим точкам, переносяться в праву частину рівності (18). В результаті кількість невідомих у матричному рівності (18) зменшується. Отже, зменшується порядок системи рівнянь (18).

На поверхні S_2 задається гранична умова 3-го роду, тобто задається залежність щільності теплового потоку за рахунок теплопровідності від поверхні тіла з температурою T_{S_2} до навколишнього середовища з температурою T_c :

$$q_{S_2} = \alpha(T_{S_2} - T_c),$$

яка враховується в правій частині рівності (18). У вузлових точках скінчених елементів, розташованих на поверхні S_2 , розподіл температури визначається так само, як і у внутрішніх вузлах, з урахуванням того, що праворуч від цих елементів відсутні інші скінчені елементи.

На рис. 5 і 6 подаються деякі результати моделювання теплового режиму багатошарових поверхонь огороження будівлі. При цьому вважається, що в усіх точках поверхні S_1 температура стала і дорівнює $T = 2$, а в усіх точках поверхні S_2 температура стала і дорівнює $T = 1$ (рис. 5, перший випадок), або через поверхню S_2 спостерігається тепловий потік зі сталим коефіцієнтом теплообміну $\alpha = 6$ в оточуюче середовище із температурою $T_c = 1$ (рис. 6, другий випадок). При таких умовах в обох випадках маємо одновимірну задачу теплопровідності. На рис. 5 суцільна лінія – розрахунок; пунктирна лінія – аналітичний розв'язок.

Вважаємо, що огорожувальна конструкція будівлі є тришаровою. Перший і третій прошарки виготовлені із матеріалу з коефіцієнтом теплопровідності $\lambda = 1$, а другий – із коефіцієнтом теплопровідності $\lambda = 0,1$.

Розбиваємо огорожувальну конструкцію на п'ять скінчених елементів у кожному напрямку. Другий прошарок знаходиться у четвертому скінченому елементі в напрямку осі Oz і за шириною дорівнює третині ширини скінченого елемента. Вважаємо, що огорожувальна конструкція будівлі є тришаровою. Перший і третій прошарки виготовлені із матеріалу з коефіцієнтом теплопровідності $\lambda = 1$, а другий – із коефіцієнтом теплопровідності $\lambda = 0,1$.

Розбиваємо огорожувальну конструкцію на п'ять скінчених елементів у кожному напрямку. Другий прошарок знаходиться у четвертому скінченому елементі в напрямку осі Oz і за шириною дорівнює третині ширини скінченого елемента.

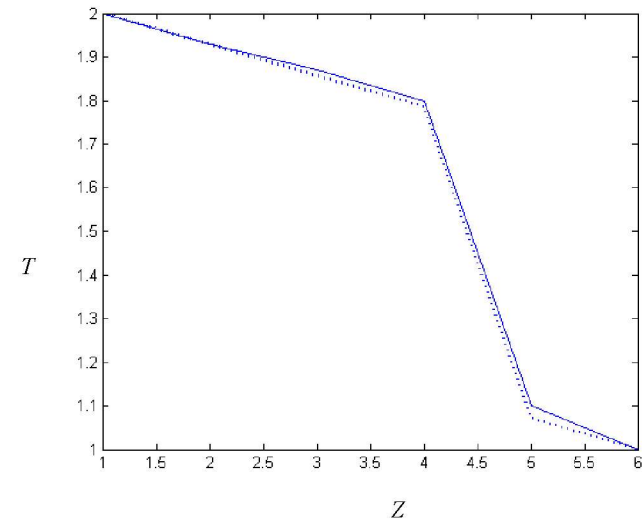


Рис. 5 – Розподіл температури у багатошаровому огороженні для граничних умов 1-го роду

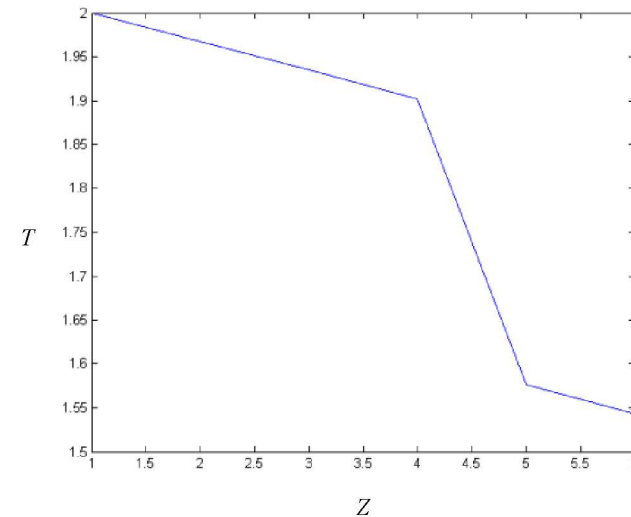


Рис. 6 – Розподіл температур у багатошаровому огороженні для граничних умов 3-го роду

На рис. 5, крім розрахованого розподілу температури по ширині огорожувальної конструкції, приведений розподіл температури при тих же умовах, одержаний у результаті аналітичного розв'язування одновимірної задачі

теплопроводности (пунктирная линия), что говорит про эффективность предложенного метода моделирования теплового режима многослойных поверхностей огорождающих конструкций зданий.

Вывод. Таким образом, в ходе выполнения данной работы предложенный метод расчета трехмерного нестационарного теплового процесса в многослойных огорождающих конструкциях зданий.

Результаты численного эксперимента досить хорошо согласуются с результатами, полученными аналитическим путем.

Список литературы: 1. Табуничиков Ю. А. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий / Ю. А. Табуничиков, М. М. Брода. – М. : Авок-пресс, 2002. – 194 с. 2. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган. – М. : Мир, 1986. – 318 с.

Надійшла до редколегії 10.12.2012

УДК 519.2

Л. М. ЛЮБЧИК, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»;
Е. В. ВЕДЬ, асс., НТУ «ХПИ»

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ КАТАЛИТИЧЕСКИХ СРЕД

В работе предложено модель гидравлического сопротивления та коэффициента теплопроводности для внутренних пространств различных каталитических сред. Полученная модель описывает гидродинамическое и тепломассообменное поведение смеси газов в реакции доокисления монооксида углерода на прикордонных слоях.

Ключевые слова: смесь газов, гидродинамические модели, доокисления, катализ.

В работе предложена модель гидравлического сопротивления и коэффициента теплопроводности для внутренних пространств различных каталитических сред. Полученная модель описывает гидродинамическое и тепломассообменное поведение смеси газов в реакции доокисления монооксида углерода на пограничных слоях.

Ключевые слова: газовая смесь, гидродинамические модели, доокисление, катализ.

The models of hydraulic resistance and thermal conductivity for the interior spaces of various catalytic media were given in this article. The resulting model describes the hydrodynamic and heat and mass transfer behavior of the gas mixture in the reaction of carbon monoxide oxidation in the boundary layers has been developed.

Keywords: gaseous mixture, hydrodynamic models, oxidation, catalyst.

Введение. Моделирование движения жидкостей и газов в твердых пористых средах необходимо для описания процессов в теории грунтов и

нефтегазодобыче, а также для исследования химико-технологических процессов каталитического превращения составляющих газов или жидкостей на твердых поверхностях катализаторов. Разница между применениями заключается в том, что в первом случае величина проницаемости пористой среды гораздо (на много порядков) меньше, чем во втором. Это связано с разницей в характерных размерах рассматриваемых областей, например, грунтов и носителей катализатора, которые отличаются приблизительно на два порядка, что приводит к разнице в проницаемости на четыре порядка.

В химико-технологических процессах каталитическая поверхность должна удовлетворять двум основным условиям: первое – достаточно большая величина проницаемости для пропуска жидкости или газа; второе – максимально возможная величина удельной поверхности носителя, на котором располагаются каталитически активные элементы.

Пористые среды с развитой внутренней поверхностью, на которую нанесен слой катализатора, называются каталитическими средами. Как специальный случай пористой среды, каталитическая среда допускает стандартную классификацию своей внутренней поверхности на основе известных модельных представлений [1–5]. При этом различают регулярные среды, характеризуются наличием дальнего порядка, описание которых возможно средствами статистики [3], и нерегулярные среды, такого порядка не имеющие.

Строение внутреннего пространства пористой среды зависит от степени консолидации частиц, его составляющих. Если среда состоит из неконсолидированных или слабоконсолидированных частиц, то ее поровое пространство состоит из пор, сообщающихся каналами, масштабы которых соизмеримы между собой [3–5]. Если пористая среда является сплошным твердым телом, то ее поровое пространство чаще всего состоит из капиллярных каналов [2–5], мало сообщающихся между собой. В соответствии с этим, модели регулярной пористой среды бывают поровыми и капиллярными. Уточнение поровых моделей возможно путем учета наличия каналов, соединяющих поры. Капиллярные модели также допускают уточнение в отношении учета возможности капилляров соединяться друг с другом [3], при этом в таких моделях имеет место так называемый "коллекторный эффект" [6].

Математическая модель. Существенной проблемой моделирования движения жидкостей и газов через пористые каталитические среды является необходимость определения коэффициента теплопроводности среды. Поскольку во внутреннем пространстве каталитической среды осуществляется экзотермическая или эндотермическая химическая реакция, то движение в ней жидкости или газа всегда сопровождается ненулевыми потоками тепла. С точки зрения передачи тепла, пористую среду можно представить как среду с некоторой эффективной теплопроводностью, зависящей от строения ее внутреннего пространства. Жидкость или газ в поровом пространстве можно считать абсолютно неподвижными, в этом